

**Ficha de Exercícios N° 07**  
**LINHAS DE SEGUNDA ORDEM**

**Curso:** Engenharias

**Disciplina:** Álgebra Linear e Geometria Analítica

**Docentes:** Grupo de disciplina

**Duração:** Duas semanas (15-Mai – 27-Mai-23)

**Nível:** I

**Semestre:** 1º/2023

**Carga Horária:** 6h/Semanal

- Escreva a equação da circunferência de centro em  $C$  e de raio  $r$ , onde:
  - $C$  está situado na origem das coordenadas e  $r = 7$
  - $C(-2, 1)$  e  $r = 3$
  - $C(4, 2)$  e  $r = 6$
  - $C(4, 2)$  e  $r = m$ ,  $m$  arbitrário
  - $C(2, -1)$  e  $r = \sqrt{2}$ .
- Dadas as seguintes equações, verifique se elas representam circunferências. Em caso afirmativo, indique o valor do seu raio e as coordenadas do seu centro:
  - $x^2 + y^2 - x - y - 4 = 0$
  - $4x^2 + 4y^2 - 4x + 8y - 31 = 0$
  - $4x^2 + 4y^2 = 6$
  - $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 1$
  - $x^2 - y^2 - x + y - 8 = 0$
  - $x^2 + y^2 + 2xy + 8 = 0$
- Construa as linhas determinadas pelas equações:
  - $y = \sqrt{9 - x^2}$
  - $y = 15 - \sqrt{64 - x^2}$
  - $x = -\sqrt{4 - y^2}$
  - $x = -2 + \sqrt{9 - y^2}$
- Mostre que as equações seguintes são equações de elipses. Para cada caso, determine as coordenadas dos focos e a distância focal:
  - $36x^2 + 100y^2 - 3600 = 0$
  - $7x^2 + 16y^2 - 112 = 0$
- Escreva a equação canónica da elipse sabendo que:
  - a distância focal é igual a 8 e a elipse passa pelo ponto  $A(\sqrt{15}, -1)$ ;
  - a elipse passa por dois pontos  $A(4, -\sqrt{3})$  e  $B(2\sqrt{2}, 3)$ ;
  - a elipse passa pelo ponto  $A(2, -\frac{5}{3})$  e a sua excentricidade é igual a  $\frac{2}{3}$ .
- Ache os semieixos, os focos, a excentricidade e as equações das directrizes da elipse dada pela equação:
  - $9x^2 + 25y^2 = 225$
  - $9x^2 + 5y^2 = 45$
- Desenhe as linhas determinadas pelas seguintes equações:
  - $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$
  - $y = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - x^2}$
  - $x = \frac{2}{3}\sqrt{9 - y^2}$
  - $x = \frac{1}{7}\sqrt{49 - y^2}$
- Mostre que as seguintes equações são equações de hipérbolas. Ache as coordenadas dos seus focos:
  - $20x^2 - 29y^2 = 580$
  - $11x^2 - 25y^2 - 275 = 0$
  - $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$
- Dê a equação da hipérbole de focos  $(0; \pm 3)$  e distância entre os vértices igual a 2. Determine os vértices, a excentricidade e as assíntotas desta hipérbole.
- Considere as hipérbolas dadas pelas equações:
  - $16x^2 - 9y^2 = 144$
  - $16x^2 - 9y^2 = -144$

- $2x^2 - 3y^2 = 4$
  - $y^2 - 4x^2 = 5$
- a) Determine os focos, os vértices e as assíntotas de cada hipérbole.  
 b) Construa cada uma destas hipérbolas.
15. As seguintes hipérbolas:  $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  e  $(\bar{H}): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$  dizem-se conjugadas entre si.  
 Construa estas duas hipérbolas no mesmo sistema de coordenadas e compare os seus gráficos.
16. Ache os pontos de intersecção da recta  $x - y + 2 = 0$  com a hipérbole  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$ .
17. Determine os pontos de intersecção das linhas  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  e  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ .
18. Construa as linhas representadas pelas equações:  
 a)  $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + 9}$       b)  $y = -\frac{4}{3}\sqrt{x^2 + 16}$       c)  $x = -3\sqrt{y^2 + 1}$       d)  $x = \frac{4}{3}\sqrt{y^2 + 25}$
19. Numa figura, indique a parte do plano  $XOY$  determinada por:  
 a)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} < 1$       b)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} \geq 1$       c)  $\begin{cases} 4y^2 - x^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$       d)  $\begin{cases} \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} \leq 1 \\ -2 \leq y \leq 2 \end{cases}$
20. Escreva a equação da parábola cuja directriz é a recta  $r$ , cujo foco é o ponto  $F$  e cujo vértice é a origem:  
 a)  $r: x = -5$       c)  $F(2, 0)$       e)  $r: y = -3$       g)  $F(0, 2)$   
 b)  $r: x = 5$       d)  $F(-2, 0)$       f)  $r: y = 3$       h)  $F(0, -2)$
21. Construa as parábolas seguintes e determine os seus focos e as equações das suas directrizes:  
 a)  $4x^2 - y = 0$ ;      b)  $2y^2 = 13x$ ;      c)  $y^2 + 4x = 0$ ;      d)  $2x^2 + 5y = 0$
22. Determine o foco e a equação da directriz da parábola dada pela equação:  
 a)  $y - 4x^2 = 0$ ;      b)  $y + 6x^2 = 0$ ;      c)  $2y^2 + 13x = 0$ ;      d)  $4y^2 - 16x = 0$
23. Determine os pontos de intersecção das linhas:  
 a)  $y^2 = 16x$  e  $x = 8$ ;  
 b)  $x^2 = 2y$  e  $2x^2 + y^2 = 1$ .
24. Numa figura, indique a parte do plano  $OXY$  determinada por: a)  $\begin{cases} y^2 \leq 4x \\ 2x - y - 4 \leq 0 \end{cases}$ ; b)  $\begin{cases} y^2 \leq 2x \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} \leq 1 \end{cases}$
25. Esboce os gráficos de  $x^2 = 4py$  para  $p = \frac{1}{4}$ ,  $p = \frac{1}{2}$ ,  $p = 1$  e  $p = \frac{3}{2}$  no mesmo sistema de coordenadas. Discuta as mudanças nos gráficos, conforme o valor de  $p$  cresce.
26. Determine os focos, os vértices e esboce o gráfico das cónicas: a)  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$ ; b)  $y^2 = -6x$ .